

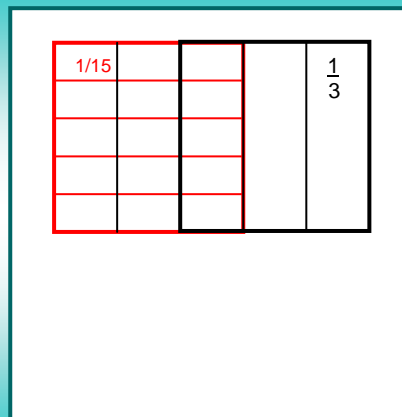
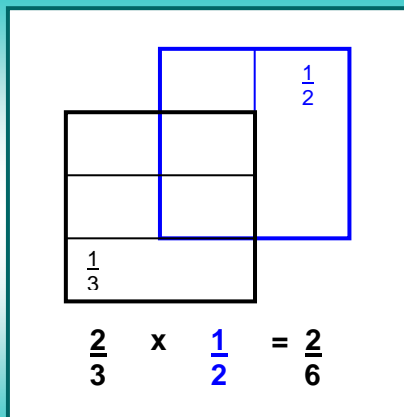
*Ennio Monachesi*

## SET LUCIDO DELLE FRAZIONI

*Con animazione al computer e alla L.I.M.*

**Prodotto**

**Equivalenze**



**RAFFAELLO editrice, Monte San Vito, ANCONA 1993**

**BREVETTO n.° 00232006 del 10 / 8 / '99**

**Publicato nel sito [www.monachesi.it](http://www.monachesi.it)**

Publicato nella rivista telematica on line

[www.edscuola.it](http://www.edscuola.it) -comprensivi - materiali - archivio - umorismo e didattica.

Publicato su "L'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA E DELLE SCIENZE INTEGRATE,  
vol. 30 A n°3, maggio 2007, dal Centro ricerche didattiche U. Morin, Treviso.

***L'animazione al computer e alla L.I.M., omessa in questo file,***

***si trova nello stesso file completo,***

***disponibile nel sito [www.monachesi.it](http://www.monachesi.it), da cui si può scaricare liberamente.***

# SET LUCIDO DELLE FRAZIONI

*Con animazione al computer e alla L.I.M.*

di Ennio Monachesi

Il *set lucido delle frazioni* si compone di **quadrati lucidi trasparenti**, delle stesse dimensioni, frazionati o in un solo senso o in entrambi i sensi, dai  $2/2$  fino ai  $100/100$ , con linee di **colore diverso** per i denominatori **primi** di  $2/2$  (*azzurro*),  $3/3$  (*nero*),  $5/5$  (*rosso*),  $7/7$  (*violetto*), e rispettivi **multipli**. Nelle figure-frazioni con denominatore **multiplo** di quelli primi suddetti, prevale, per l'intero perimetro, il colore del denominatore primo più grande: il *violetto di 7* prevale sul *rosso di 5* che prevale sul *nero di 3* che prevale sull' *azzurro di 2*. (*Vedi avanti "Usò del colore"*)

Con tali quadrati è possibile visualizzare e capire facilmente molti **prodotti** ed **equivalenze** tra le frazioni, associando ai **codici iconico e cromatico** (colore), i codici **verbale** e **simbolico**, per assicurarne e consolidarne la piena **comprensione**, favorendo così l'astrazione significativa e l'uso consapevole dei codici astratti.

## Didattica laboratoriale e animazione al computer e alla L.I.M.

Il set lucido si può **realizzare** nella versione concreta-operativa **stampando i quadrati- matrice** contenuti in questo file su **lucidi trasparenti** e **ritagliando** i singoli quadrati frazionati per poterli visualizzare prodotti ed equivalenze, che si possono anche proiettare con la **lavagna luminosa**.

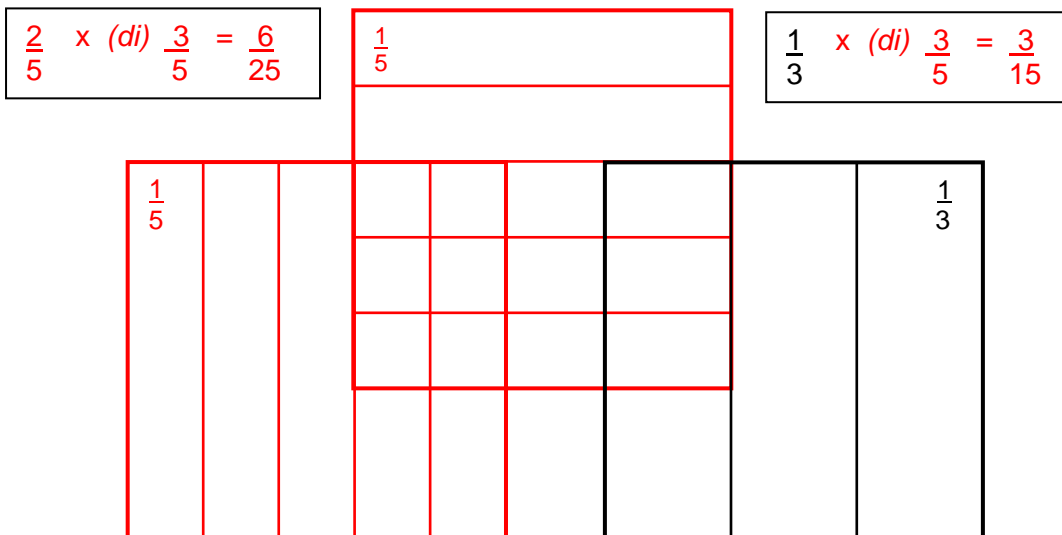
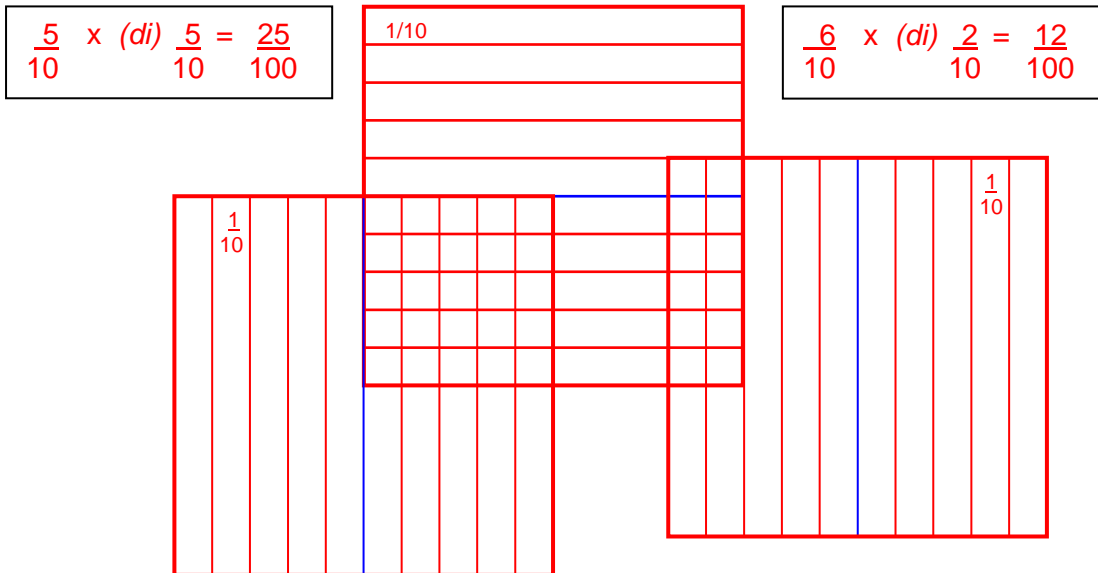
La seconda parte di questo file contiene anche una efficace **animazione al computer o alla L.I.M., la lavagna interattiva multimediale**.

Gli alunni possono **lavorare attivamente** con i quadrati del set, prima con la **guida dell'insegnante**, poi anche in modo autonomo, magari **aiutandosi**, in coppia, **inventando** equivalenze ed operazioni. Può essere molto proficuo anche un lavoro **soltanto orale** ed in tempi limitati. Se le operazioni vengono anche scritte, **non è necessario "correggere"** tanti esercizi diversi. L'insegnante può invece seguire gli alunni aiutando ed incoraggiando chi ne avesse bisogno.

L'importante è che gli alunni si interessino, capiscano e facciano **lavorare il cervello**, con un approccio **laboratoriale**, secondo il detto: "*Se ascolto dimentico, se vedo ricordo, se faccio imparo*": "**faccio**" = "**agisco**", anche e soprattutto come attivazione significativa dei processi cognitivi e linguistico- espressivi, con parola canocchiale "**agis-co-gito!**"

# 1 - PRODOTTO TRA FRAZIONI

Il **prodotto** di frazioni si può visualizzare sovrapponendo 2 quadrati del set raffiguranti le 2 frazioni da moltiplicare, frazionati, uno in senso **verticale** e l'altro in senso **orizzontale**, come negli esempi seguenti.



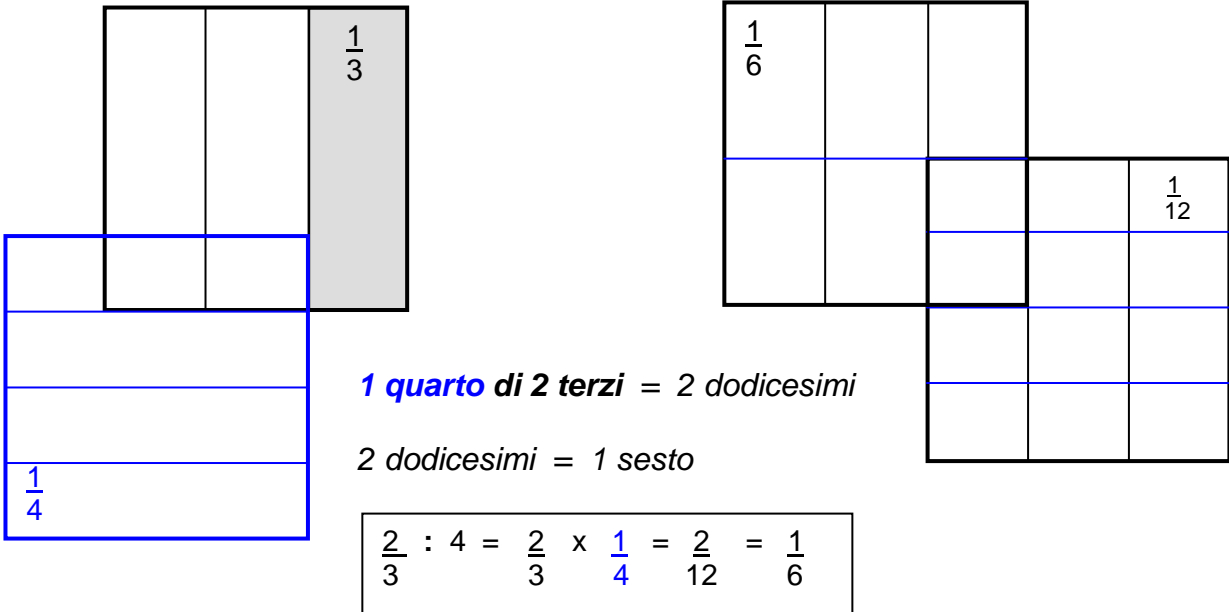
PROBLEMA (Prova nazionale INVALSI 2008)

Un padre e i suoi **4 figli** si dividono la cifra vinta al totocalcio in questo modo: al **padre spetta  $\frac{1}{3}$**  dell'intera somma, e il **rimanente** viene diviso in parti uguali tra i suoi figli.  
Quale frazione della somma spetta a ciascuno dei figli?

SOLUZIONE

Intera somma, cioè **3 terzi – 1 terzo = 2 terzi**

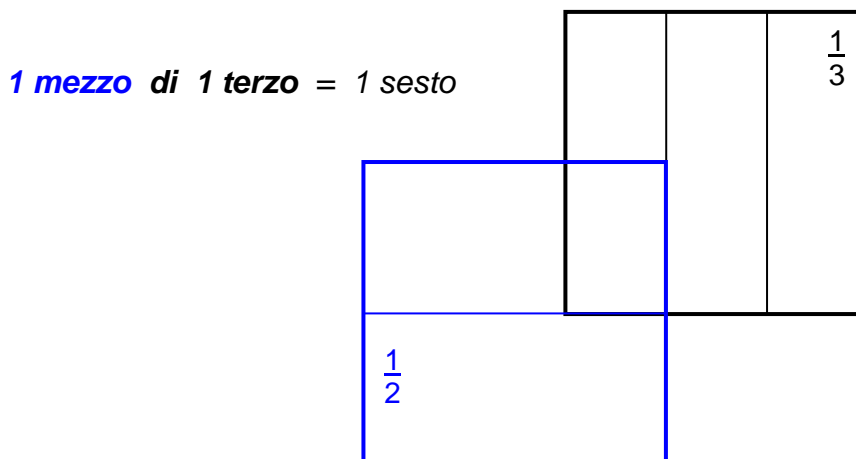
$$1 - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$



Poiché i figli sono 4, per trovare la parte che spetta a ciascuno di essi si divide la parte rimasta, cioè **2 terzi**, in **4 parti** uguali, trovando **1 quarto di 2 terzi** che è uguale a **2 dodicesimi**, cioè **1 sesto**.

Semplificando ottengo

$$\frac{2}{3} : 4 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$



## PROBLEMA

Un uomo possiede un campo. Per pagare un debito deve **venderne 1 quarto**. Dopo alcuni anni muore e lascia in eredità, in parti uguali, ai suoi **5 figli**, il campo rimasto. Qual è la parte di campo che avrà ciascun figlio?

## SOLUZIONE

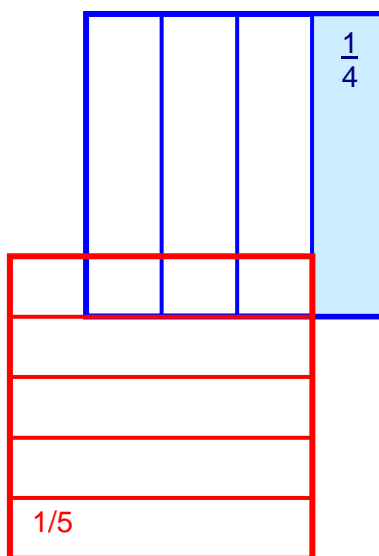
Vendendo **1 quarto** del campo, ne restano **3 quarti**.

Intero campo, cioè **4 quarti** – **1 quarto** = **3 quarti**

$$1 - 1/4 = 4/4 - 1/4 = 3/4$$

$$\frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} =$$

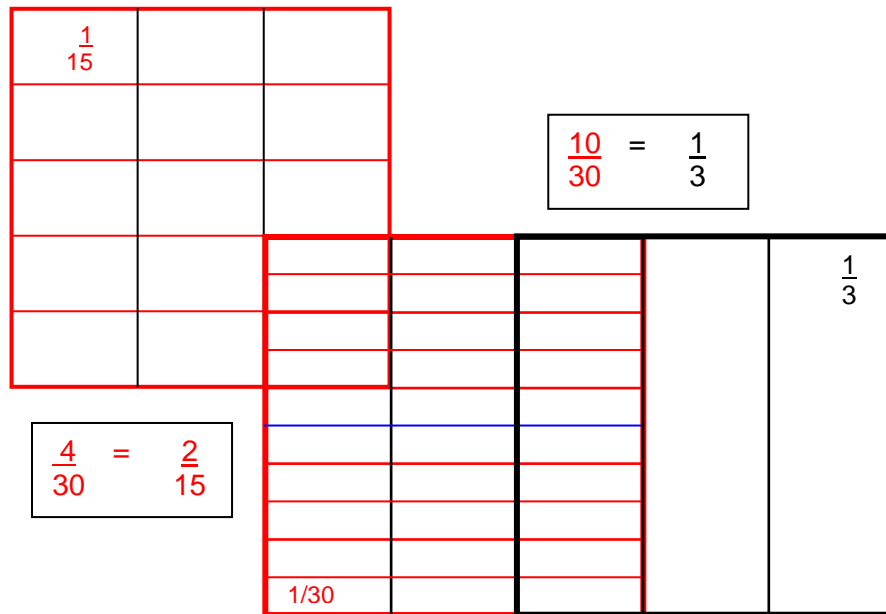
= **1 quinto di 3 quarti** =  $3/20$



Poiché i figli sono 5, per trovare la parte che spetterà a ciascuno di essi si deve dividere la parte del campo rimasta, cioè **3 quarti**, in **5 parti** uguali, trovando **1 quinto di 3 quarti** che è uguale a **3 ventesimi**.

## 2 - EQUIVALENZA TRA FRAZIONI

L'equivalenza di 2 frazioni si può visualizzare sovrapponendo 2 frazioni equivalenti raffigurate in 2 quadrati del set lucido, frazionati in un **solo senso** o in **entrambi i sensi**, come negli esempi seguenti.



### Uso del colore

Nelle figure che rappresentano frazioni con denominatori **multipli** di quelli **primi 2, 3, 5, 7**, (es.  $30/30$ , con denominatore 30 (linee rosse) multiplo di 2 (linea azzurra), di 3 (linee nere), e di 5 (linee rosse)), restano visualizzate tutte le **linee** diversamente **colorate** per le diverse frazioni con denominatore sottomultiplo, (di 30 nell'esempio), e prevale, per l'intero **perimetro**, il colore del denominatore primo più grande ( 5 rosso nell'esempio, il cui colore **rosso** prevale sul **nero** di 3 e sull' **azzurro** di 2) Il **violetto** del denominatore primo 7 prevale su tutti.

### Giocare a carte con le frazioni.

Con i quadrati del **set lucido concreto** si possono fare le equivalenze anche "**giocando a carte**", tra 2 o più alunni, dividendosi in ugual numero i quadrati del set come "carte" da gioco. Poi ognuno gioca un quadrato e il successivo può "**prenderne**" uno giocato se può farci un'**equivalenza** con un altro che ha in mano: es.  $3/3$  prende  $18/18$ , ma non  $5/5$ , ecc....**L'intero**, equivalente a **tutte le carte**, le prende tutte e viene preso da tutte.

## Esercizi significativi, ed anche problemi

Con il set si fanno “**esercizi**” molto utili perché **significativi**, come dice Hans **Freudenthal**:

*“I fautori dell’apprendimento attraverso l’intuizione sono spesso accusati di trascurare l’esercizio. Ma piuttosto che contro l’esercizio io sono contro l’abilità che danneggia il ricordo dell’intuizione. Ma vi è un **modo di fare esercizio** (incluso anche lo studio a **memoria**), in cui ogni piccolo passo aggiunge qualcosa al **tesoro dell’intuizione**: si tratta dell’esercizio **accoppiato** con l’apprendimento per **intuizione**.”* (“*Ripensando l’educazione matematica*”, pag. 150)

Con il set si può anche rappresentare la **soluzione di alcuni problemi**, come già visto alle **pagine 4 e 5**.

## Trampolino di lancio e continuità dinamica tra scuola primaria e secondaria.

Lavorando con i 2 set si usano i codici **iconico e cromatico** (colore) insieme con quelli **verbale e simbolico**, attuando la **trasposizione o “trattamento”** della rappresentazione da un livello intuitivo-concreto a quello verbale e simbolico-astratto, e viceversa, per favorire la comprensione e l’astrazione concettuale. Le equivalenze e le operazioni rappresentate usando i set con **illustrazioni a colori** vengono anche **verbalizzate** ed espresse con i **simboli matematici**, e viceversa, per “*caricare*” di significato il linguaggio verbale e capire il significato dei simboli matematici astratti.

I 2 set tuttavia sono ovviamente **riduttivi**, e perciò vanno integrati con altre rappresentazioni, come tutti i sussidi e le rappresentazioni **concrete** di **concetti astratti**, e tanto più di un concetto così complesso come quello delle frazioni. Un uso corretto dei 2 set, integrato con altri sussidi, può perciò facilitare molto l’**astrazione concettuale** e la **comprensione** del significato delle operazioni e dei linguaggi verbale e simbolico usati, che per le frazioni sono particolarmente difficili: comprensione che è fondamentale per motivare, sollecitare ed **attivare il pensiero**, e per la soluzione dei problemi.

Un uso graduale dei 2 set fin dalla **classe quarta** della scuola primaria, secondo le capacità degli alunni, può contribuire ad una maggiore e migliore **continuità dinamica** tra i 2 ordini di scuola, come un buon **trampolino di lancio**, insieme con altri sussidi, per questi ed altri obiettivi, verso l’astrazione intelligente e la comprensione del linguaggio, delle operazioni e dei concetti matematici. Ciò è fondamentale per poter pensare in modo autonomo e consapevole, risolvere problemi, e rendere interessante e significativa la matematica, evitando il vuoto verbalismo e il formalismo mnemonico, che sono una delle cause principali della disaffezione e dell’insuccesso scolastico in questa ed altre discipline.

## QUADRATI-MATRICE DEL SET LUCIDO

*Si allegano i **quadrati-matrici** da **stampare su lucidi trasparenti e ritagliare**.*

*Se ne allegano 2 serie complete, la prima di quadrati con il **lato di 8 cm**;  
la seconda di quadrati con il **lato di 6 cm**.*

SET LUCIDO DELLE FRAZIONI - lato 8 cm

Stampare su **lucidi trasparenti** e **ritagliare**: poi **sovrapporre** per fare **equivalenze e prodotti**

$\frac{1}{2}$			
			$\frac{1}{2}$
	$\frac{1}{3}$		
			$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{3}$			
		$\frac{1}{9}$	



SET LUCIDO DELLE FRAZIONI - lato 8 cm

Stampare su **lucidi trasparenti e ritagliare**: poi **sovrapporre** per fare **equivalenze e prodotti**

$\frac{1}{4}$				$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{6}$				$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{6}$				$\frac{1}{36}$

SET LUCIDO DELLE FRAZIONI - lato 8 cm

Stampare su **lucidi trasparenti e ritagliare**: poi **sovrapporre** per fare **equivalenze e prodotti**

$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{25}$
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$

SET LUCIDO DELLE FRAZIONI - lato 8 cm

Stampare su **lucidi trasparenti e ritagliare**: poi **sovrapporre** per fare **equivalenze e prodotti**

			$\frac{1}{16}$				

		$\frac{1}{8}$			

	$\frac{1}{6}$	

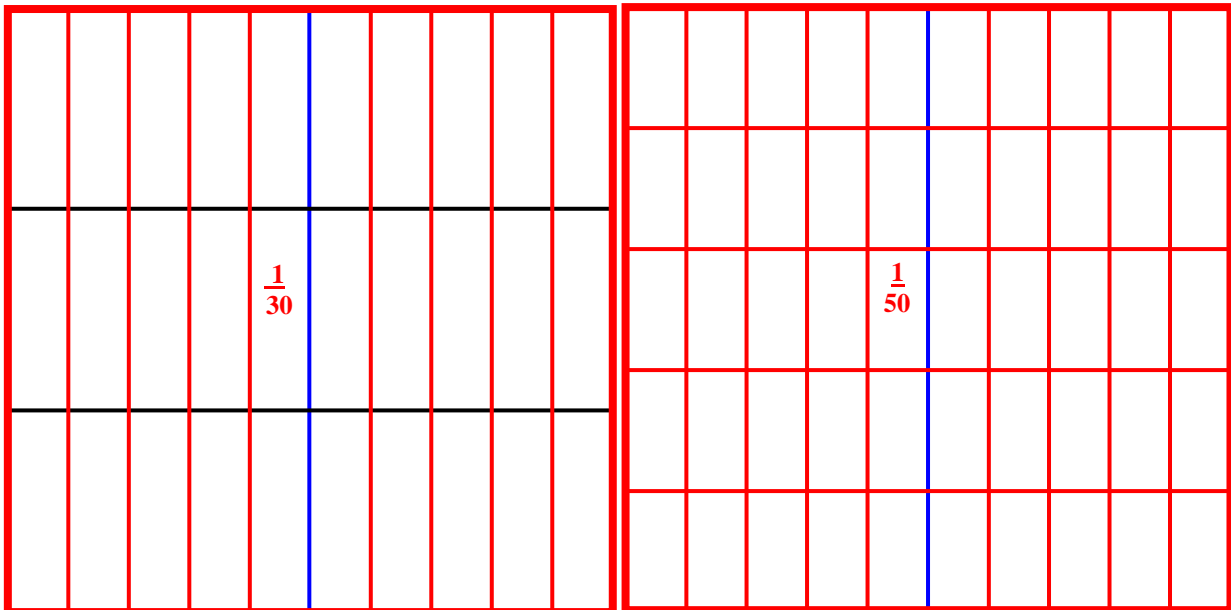
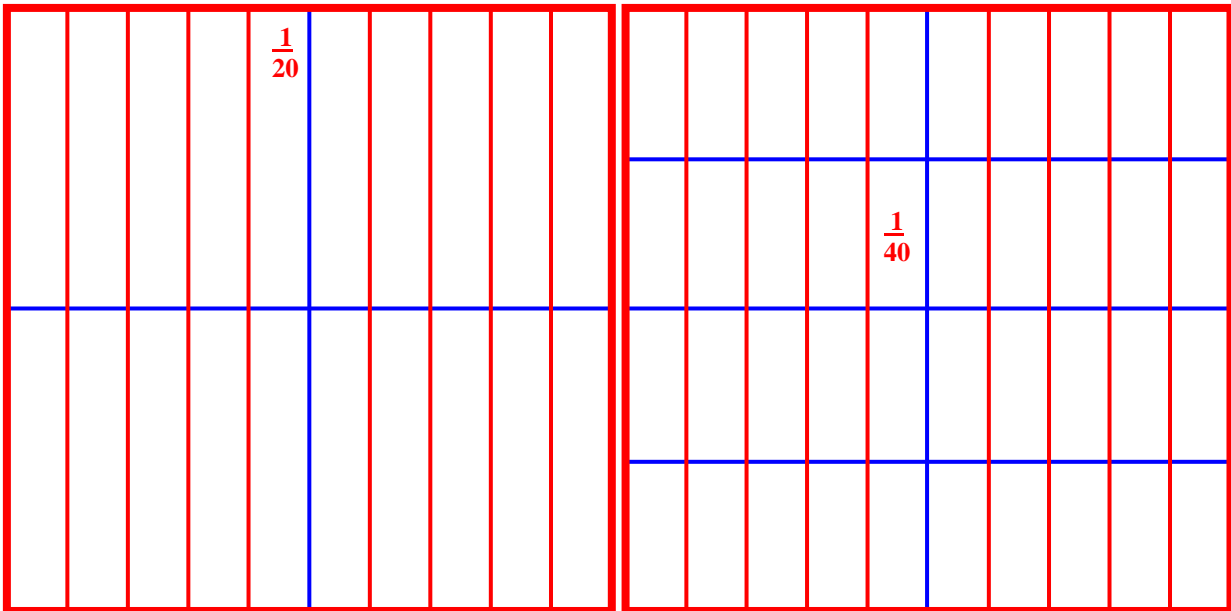
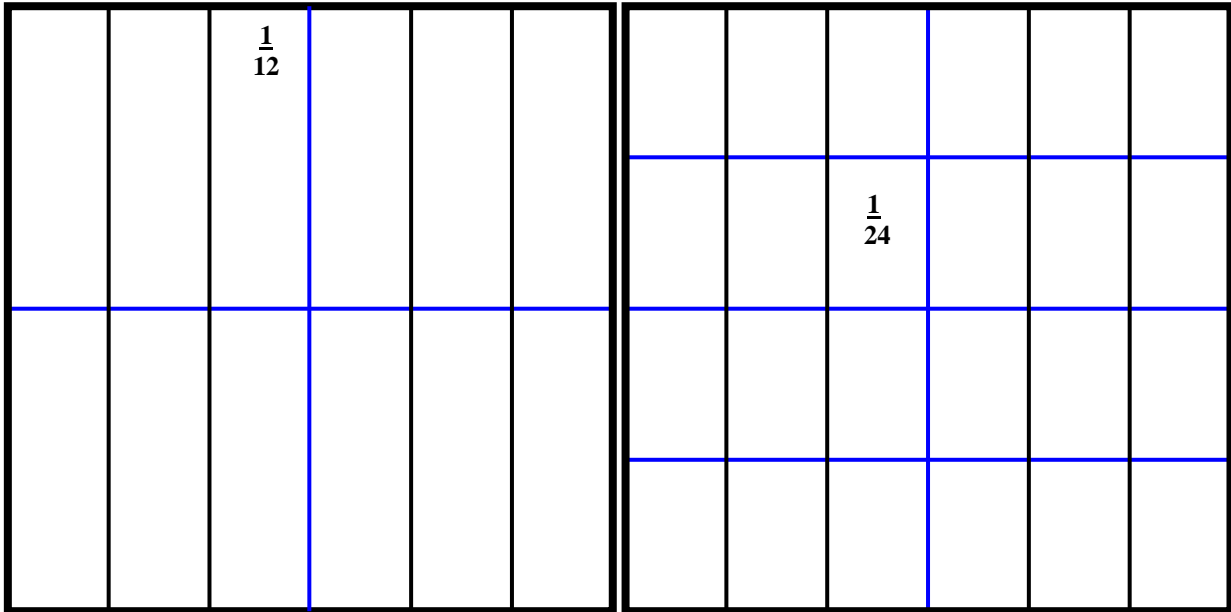
	$\frac{1}{12}$	

			$\frac{1}{24}$				

			$\frac{1}{8}$						

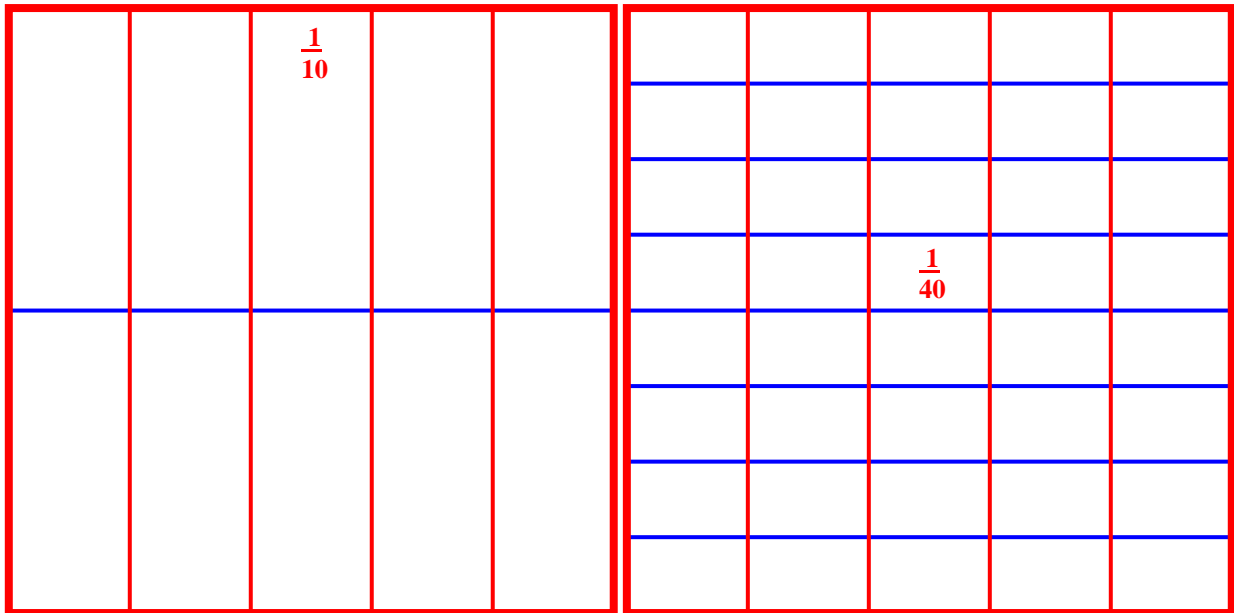
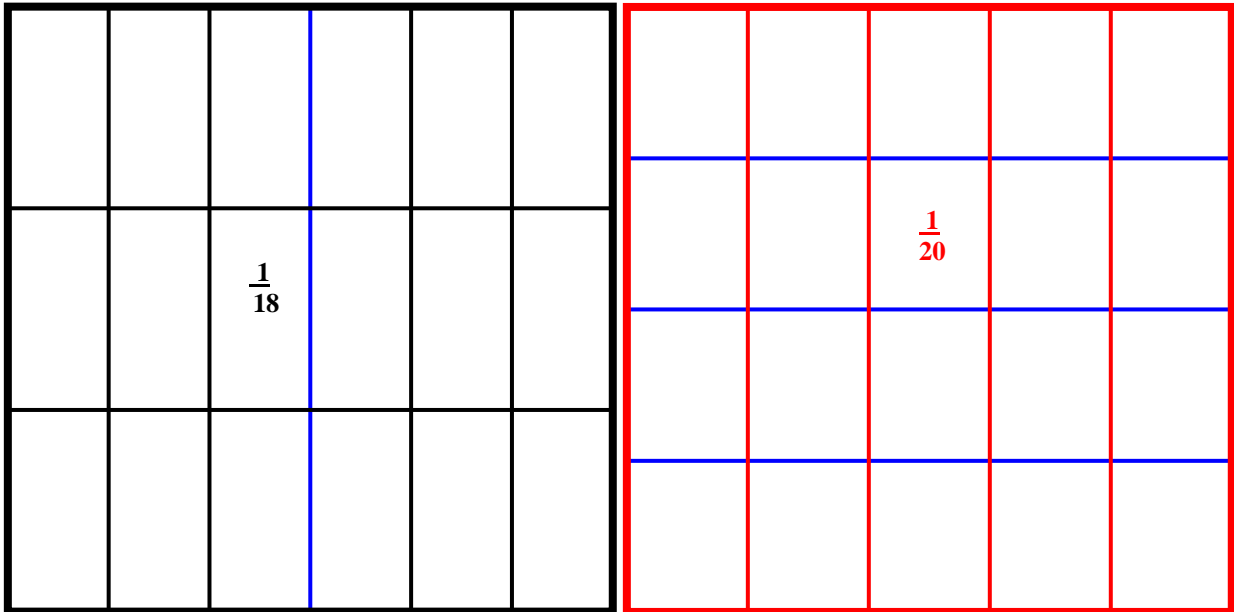
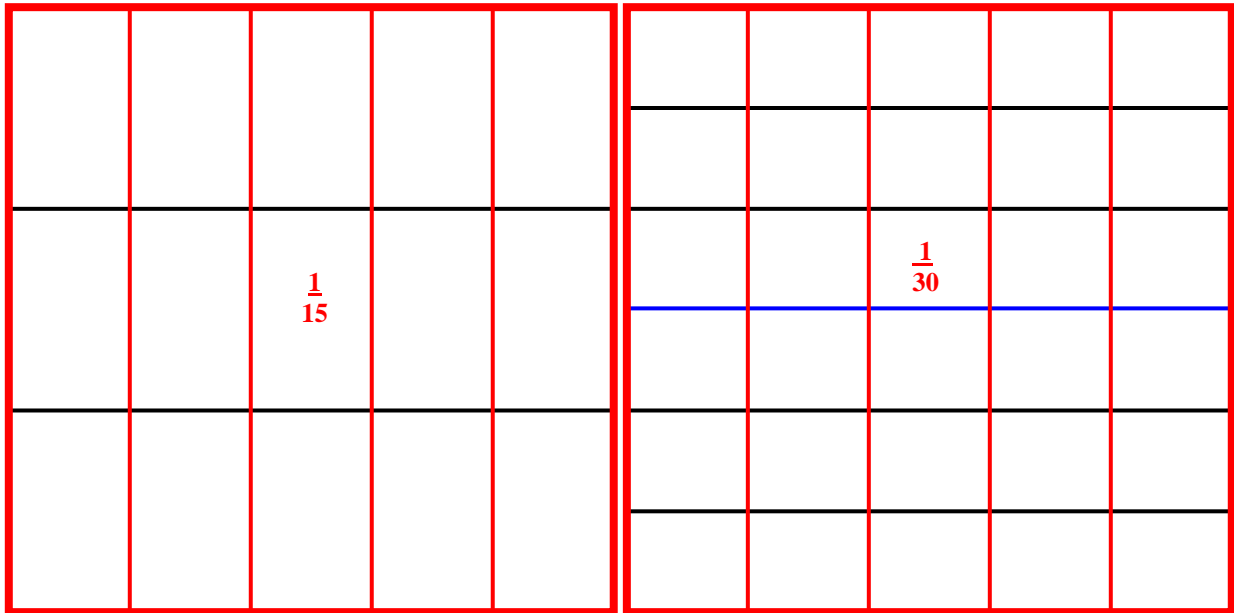
SET LUCIDO DELLE FRAZIONI - lato 8 cm

Stampare su **lucidi trasparenti e ritagliare**: poi **sovrapporre** per fare **equivalenze e prodotti**



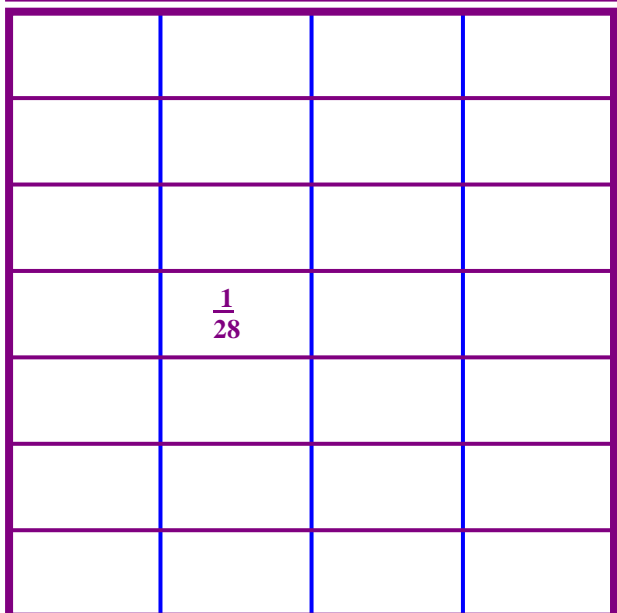
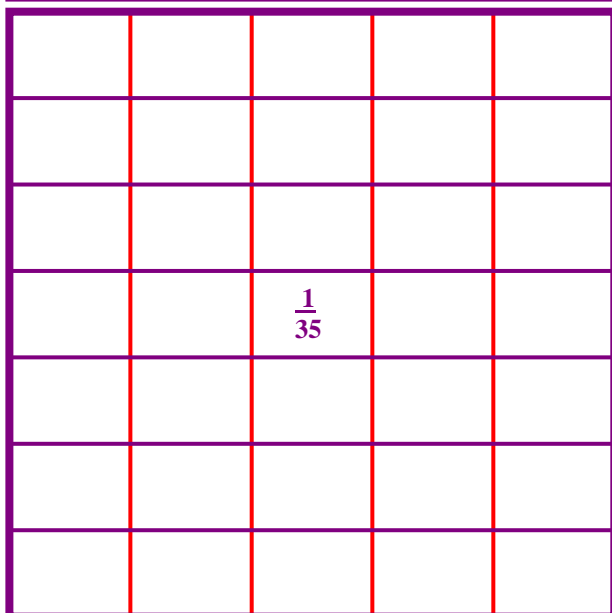
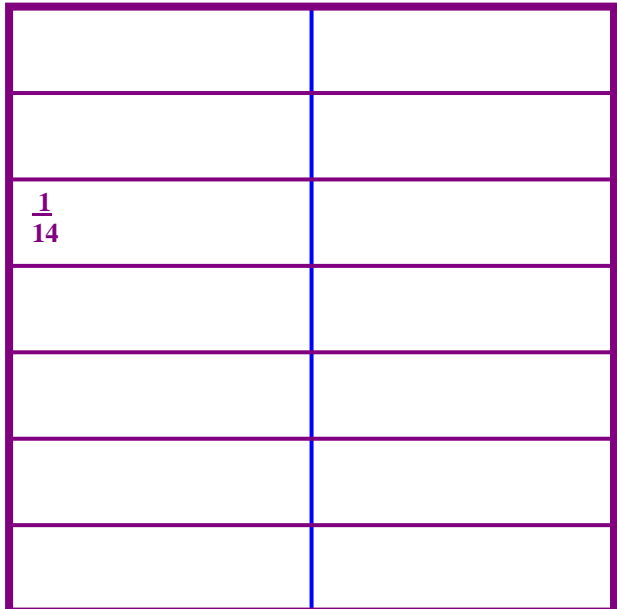
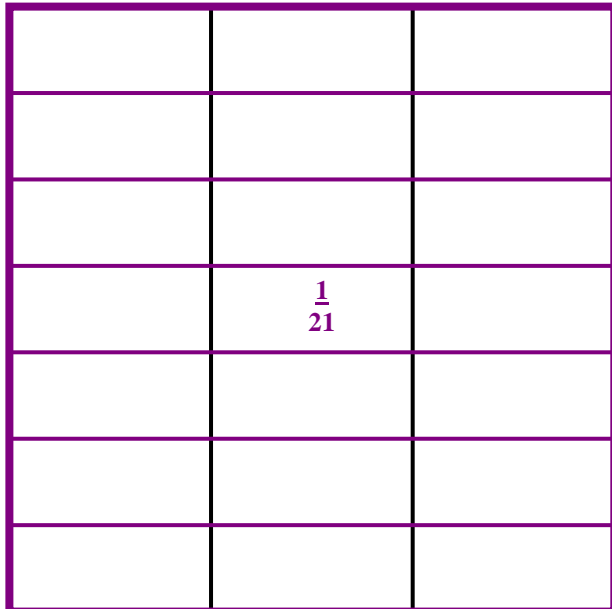
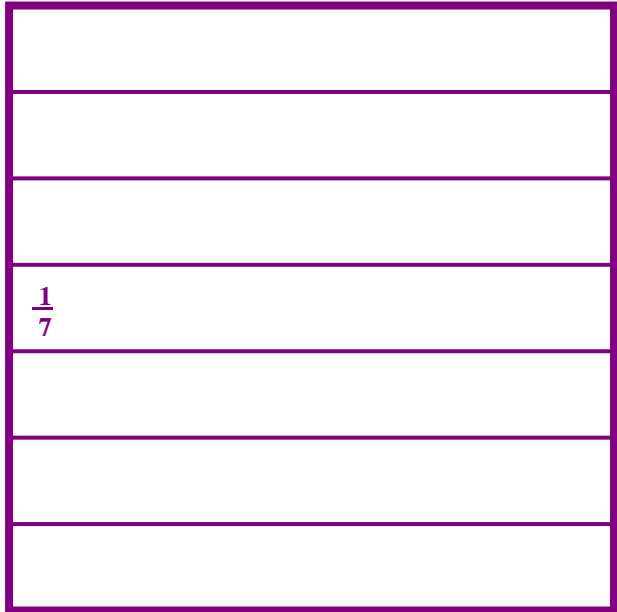
SET LUCIDO DELLE FRAZIONI - lato 8 cm

Stampare su **lucidi trasparenti** e ritagliare: poi **sovrapporre** per fare **equivalenze e prodotti**



SET LUCIDO DELLE FRAZIONI - lato 8 cm

Stampare su **lucidi trasparenti** e ritagliare: poi **sovrapporre** per fare **equivalenze e prodotti**



				$\frac{1}{9}$				

					$\frac{1}{27}$			

				$\frac{1}{18}$				




SET LUCIDO DELLE FRAZIONI lato 6 cm

Stampare su **lucidi trasparenti** e **ritagliare**: poi **sovrapporre** per fare **equivalenze e prodotti**

$\frac{1}{2}$	
	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$



SET LUCIDO DELLE FRAZIONI lato 6 cm

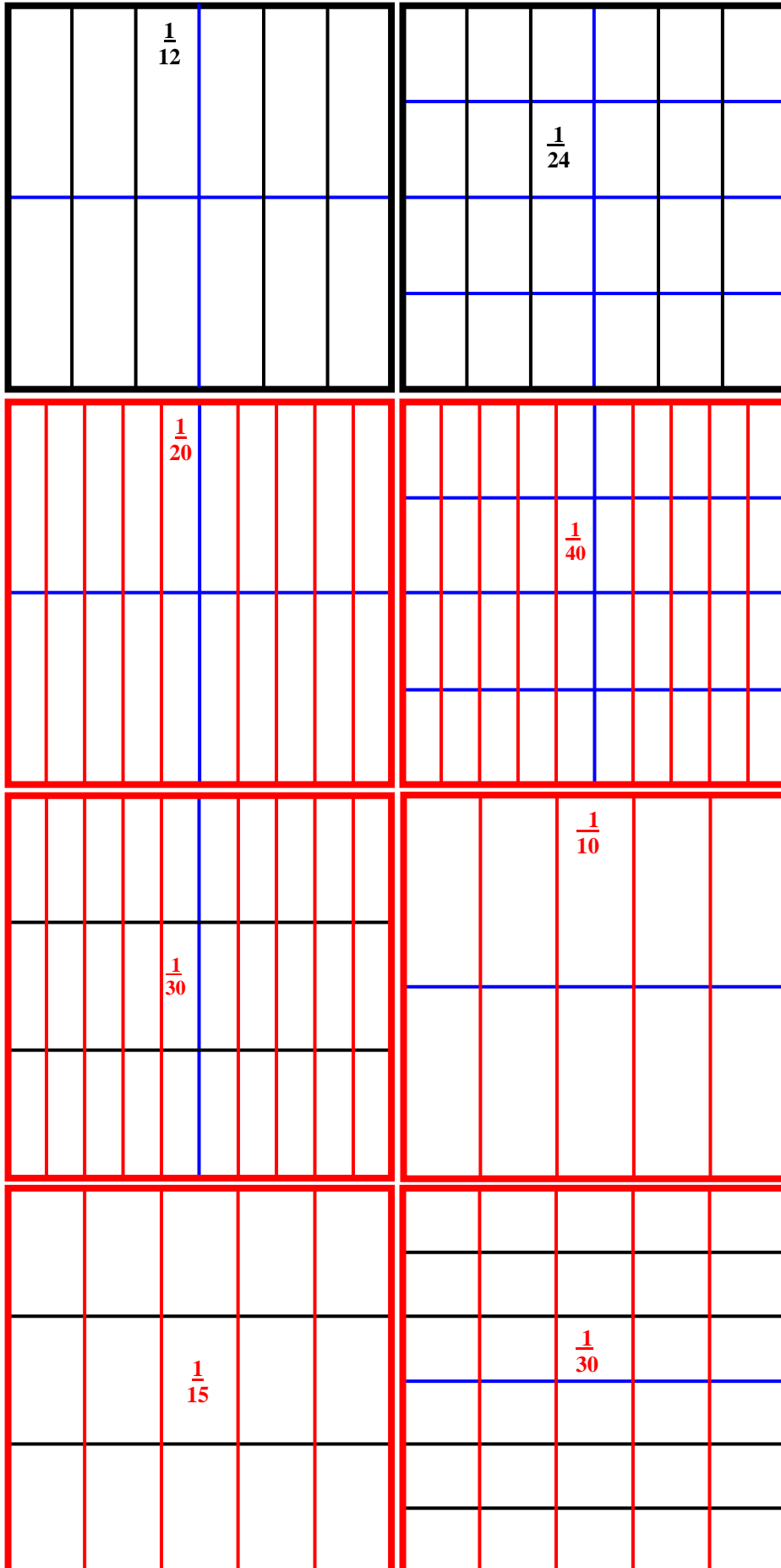
Stampare su **lucidi trasparenti** e ritagliare: poi **sovrapporre** per fare **equivalenze e prodotti**

$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{36}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{25}$



SET LUCIDO DELLE FRAZIONI lato 6 cm

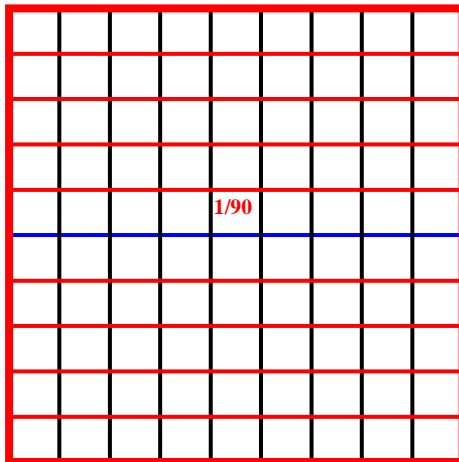
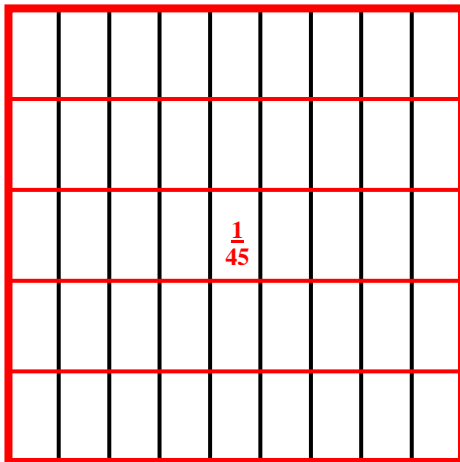
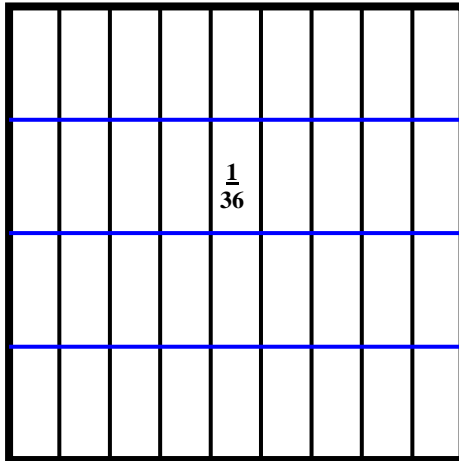
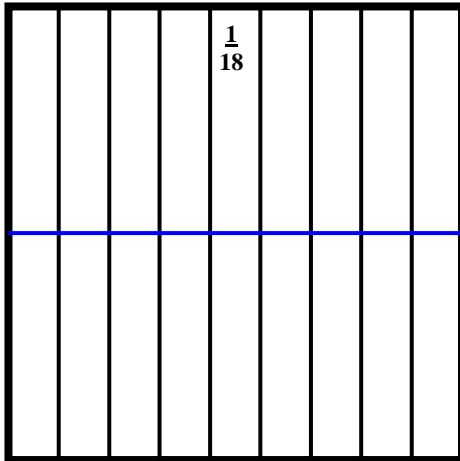
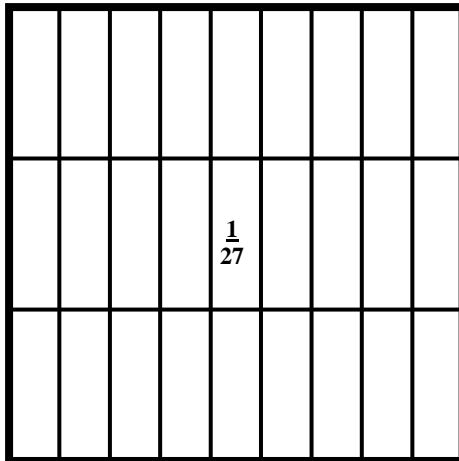
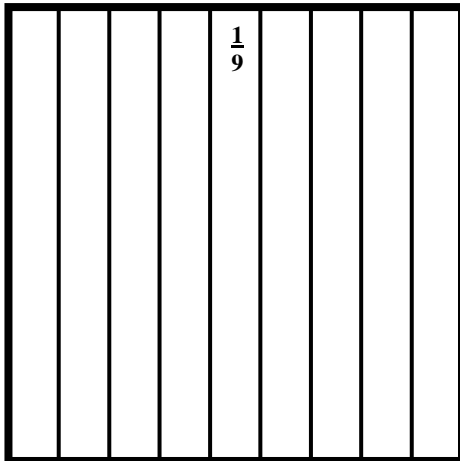
Stampare su **lucidi trasparenti** e ritagliare: poi **sovrapporre** per fare **equivalenze e prodotti**



SET LUCIDO DELLE FRAZIONI lato 6 cm

Stampare su **lucidi trasparenti** e ritagliare: poi **sovrapporre** per fare **equivalenze e prodotti**

<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 12.5%;"></td><td style="width: 12.5%;"></td><td style="width: 12.5%;"></td><td style="width: 12.5%;"></td><td style="width: 12.5%;"></td><td style="width: 12.5%;"></td></tr> <tr><td></td><td></td><td style="text-align: center;"><math>\frac{1}{18}</math></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>									$\frac{1}{18}$										<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 12.5%;"></td><td style="width: 12.5%;"></td><td style="width: 12.5%;"></td><td style="width: 12.5%;"></td><td style="width: 12.5%;"></td><td style="width: 12.5%;"></td></tr> <tr><td></td><td></td><td style="text-align: center;"><math>\frac{1}{20}</math></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>									$\frac{1}{20}$																																																																					
		$\frac{1}{18}$																																																																																															
		$\frac{1}{20}$																																																																																															
<p style="text-align: center; font-weight: bold;">1 INTERO</p>	<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 100%;"></td></tr> <tr><td style="width: 100%;"></td></tr> <tr><td style="width: 100%;"></td></tr> <tr><td style="width: 100%;"></td></tr> <tr><td style="width: 100%;"></td></tr> <tr><td style="width: 100%;"></td></tr> <tr><td style="width: 100%;"></td></tr> <tr><td style="width: 100%;"></td></tr> <tr><td style="width: 100%;"></td></tr> <tr><td style="width: 100%;"></td></tr> </table>																																																																																																
<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 33.3%;"></td><td style="width: 33.3%;"></td><td style="width: 33.3%;"></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td style="text-align: center;"><math>\frac{1}{21}</math></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>											$\frac{1}{21}$														<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 50%;"></td><td style="width: 50%;"></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </table>																																																																								
	$\frac{1}{21}$																																																																																																
<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 12.5%;"></td><td style="width: 12.5%;"></td><td style="width: 12.5%;"></td><td style="width: 12.5%;"></td><td style="width: 12.5%;"></td><td style="width: 12.5%;"></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td style="text-align: center;"><math>\frac{1}{35}</math></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>																					$\frac{1}{35}$																												<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 12.5%;"></td><td style="width: 12.5%;"></td><td style="width: 12.5%;"></td><td style="width: 12.5%;"></td><td style="width: 12.5%;"></td><td style="width: 12.5%;"></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td style="text-align: center;"><math>\frac{1}{28}</math></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>																					$\frac{1}{28}$																											
		$\frac{1}{35}$																																																																																															
		$\frac{1}{28}$																																																																																															



**ANIMAZIONE AL COMPUTER E ALLA L.I.M.**

**CON IL PROGRAMMA WORD**

*La sezione con l'animazione al **computer e alla L.I.M** omessa in questo file  
si trova nello stesso file completo  
disponibile nel sito [www.monachesi.it](http://www.monachesi.it) da cui si può scaricare liberamente*